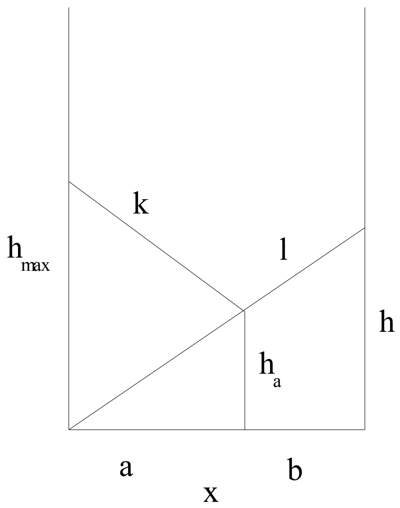
Lösungen

> *Mathematische Bildung trägt in keiner Weise zur Bildung des logischen Denkvermögens bei.*
>
> Werner Fuld: Die Bildungslüge

Die unendliche Geschichte geht weiter ...



$$h^2=l^2-x^2$$
$$\frac{a}{h_a}=\frac{x}{h}$$
$$\frac{a}{h_a}=\frac{x}{\sqrt{l^2-x^2}}$$
$$a=\frac{(x\,h_a)}{\sqrt{l^2-x^2}}$$

$$h_{max}=h_a+\sqrt{k^2-a^2}$$
$$h_{max}=h_a+\sqrt{k^2-\left(\frac{(x\,h_a)}{\sqrt{l^2-x^2}}\right)^2}$$
$$h_{max}=h_a+\left(k^2-\frac{x^2}{(l^2-x^2)}h_a^2\right)^{(1/2)}$$

1.Ableitung bilden $h`_{max}(h_a)$, Null setzen und nach h_a umstellen (Lösen einer Gleichung 4. Grades!)

$$h_{max}=\frac{\left(x^2*h_a\sqrt{\frac{(x^2*h_a^2+k^2(x^2-l^2))}{(x^2-l^2)}}\right)}{(x^2*h_a^2+k^2*(x^2-l^2))}+1$$
$$0=\frac{\left(x^2*h_a\sqrt{\frac{(x^2*h_a^2+k^2(x^2-l^2))}{(x^2-l^2)}}\right)}{(x^2*h_a^2+k^2*(x^2-l^2))}+1$$
$$0=(x^2*l^2*h_a^2-k^2(x^2-l^2)^2)*(x^2*h_a^2+k^2(x^2-l^2))$$
$$positive\ Lösungen: h_a=\frac{(k\sqrt{l^2-x^2})}{x}\ und\ h_a=\frac{(k\sqrt{l^2-x^2})}{xl}$$

Geometrieaufwärmübung

Winkel EFD beträgt 74°

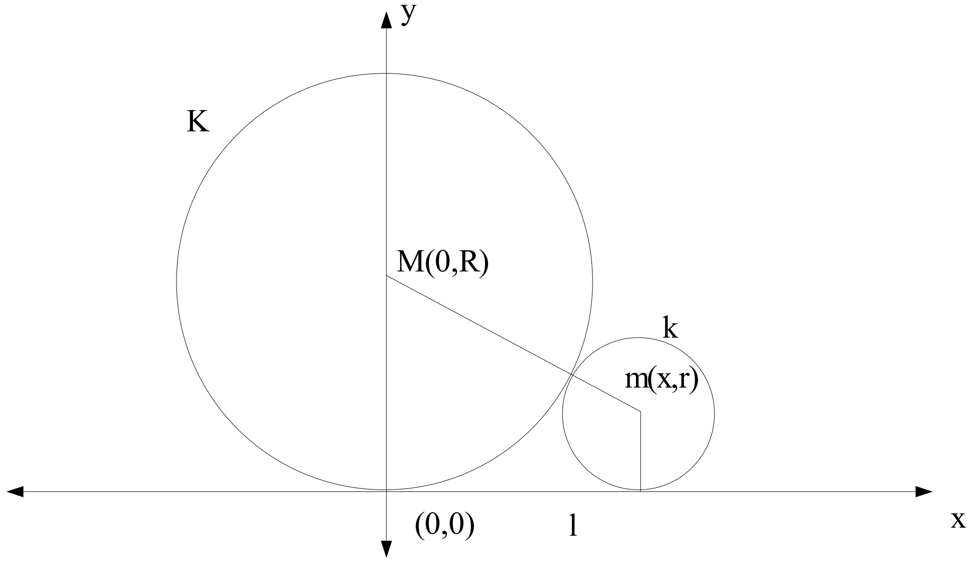
Viereck AESD: Winkel AES=Winkel SDA=90° (SE und SD stehen als Berührradien senkrecht auf den Seiten, die der Inkreis berührt)

Winkel ESD=360° -90° -90° -32° =148° (Winkel ESD ist Zentriwinkel zum gesuchten Peripheriwinkel EFD

20. Teil des Lehrgangs Gleichungslösen

$$\text{für } x=\frac{1}{y} \text{ gilt } \left(x+\frac{1}{x}\right)\left(y-\frac{1}{y}\right)=y^2-x^2$$
$$\text{damit } y^2-x^2=5$$
$$y^2=5+x^2$$
$$y=\sqrt{x^2+5}$$
$$\text{z.B. } x=2 \text{ und } y=3$$

Kreis, Kugel und Co.



$$x=\sqrt{(R+r)^2-(R-r)^2}=2\sqrt{Rr}$$

$$K_t \ldots \text{Kreis, der beide Kreise und l berührt mit Radius } t$$
$$x_t=2\sqrt{Rt} \text{ mit } x_t>0 (\text{da sich } K_t \text{ und } K \text{ berühren})$$

$$(r+t)^2=(x-x_t)^2+(r-t)^2 (\text{da sich } K_t \text{ und } k \text{ berühren})$$
$$\text{letzte Gleichung gilt genau dann, wenn} (R-t)^2 t^2-2\mathrm{Rr}(R+r)t+R^2r^2=0$$
$$(\text{wegen den ersten beiden Gleichungen und } R>r)$$

$$t^2-2\mathrm{Rr}\frac{(R+r)}{(R-r)^2}t+\frac{(R^2r^2)}{(R-r)^2}=0$$
$$t_{1/2}=\frac{2\mathrm{Rr}}{(R-r)^2}\left(\frac{(R+r)}{2}\pm\sqrt{Rr}\right)$$

$$\text{arithmetisches Mittel} \geqslant \text{geometrisches Mittel und } R>r$$
$$\text{daraus folgen zwei Lösungen, also zwei Berührkreise}$$